

文章编号: 1000-1301(2008)04-0028-07

越洋海啸的数值模拟

温瑞智^{1, 2}, 任叶飞¹, 周正华¹, 史大成¹

(1. 中国地震局工程力学研究所, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 北京工业大学建筑工程学院, 北京 100022)

摘要:破坏性海啸基本上都是越洋海啸,如 1960 年智利海啸、2004 年苏门答腊海啸。越洋海啸的传播机制与近场海啸不同,进行数值模拟所采用的数学模型也不同。本文分析比较 Boussinesq 方程和线性浅水方程,选用后者作为进行越洋海啸数值模拟的数学模型,基于有限差分法,运用蛙跃格式求解微分方程。以 2004 年苏门答腊海啸作为算例,把计算结果与 NOAA 和 NGDC 的计算结果进行对比,验证本文的数学模型和计算方法的可靠性,为以后进一步的海啸危险性分析和海啸预警等研究工作提供技术支持。

关键词:越洋海啸;数学模型;数值模拟

中图分类号: P315.01 **文献标志码:** A

Preliminary study on numerical simulation of transoceanic tsunami

WEN Ruizhi^{1, 2}, REN Yefei¹, ZHOU Zhenghua¹, SHI Dacheng¹

(1. Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China; 2. College of Architecture and Civil Engineering Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

Abstract: Most transoceanic tsunamis are destructive, such as 1960 Chile tsunami and 2004 Sumatra tsunami. The propagation mechanisms of transoceanic tsunami and near-field tsunami are different, so are the mathematical models. In this paper, based on the finite difference method, the leap-frog scheme is used to solve the linear shallow equations by comparing with Boussinesq equations. As an example, 2004 Sumatra tsunami is simulated, and the calculation results are compared with those provided by NOAA and NGDC. The methodology suggested in this paper will give the technological support to the tsunami hazard analysis and the tsunami warning service.

Key words: transoceanic tsunami; mathematical model; numerical simulation

引言

2004 年 12 月 26 日发生在苏门答腊岛附近的海底地震引发的海啸不仅袭击了海啸地震震中附近的印度尼西亚、泰国、缅甸等国家,而且海啸波还长途跋涉,奔袭了数千公里以外的印度、斯里兰卡、马尔代夫、东非各国。通过事后灾害调查,可知此次海啸共造成近 30 万人死亡、7 966 人失踪、超过 100 万人无家可归。其中受灾最严重的国家中离海啸源最远的东非各国浪高还有数米,死亡人数还多达 394 人,损失也是相当严重^{[1][2]}。1960 年的智利大海啸,通过灾害调查^[3]和数值模拟评估^[4],可知海啸不仅洗劫了智利沿岸,造成 200 万人无家可归,还横扫了西太平洋岛屿,14 个小时后到达夏威夷群岛时波高最高还达 9~10 m。不到 24 h,海啸波走完了大约 1.7 万 km 的路程,到达了太平洋彼岸的日本,波高依旧高达 6~8 m。以上两个例子

收稿日期: 2007-09-10; 修订日期: 2007-12-19

基金项目: 地震科学联合基金 (A07080)

作者简介: 温瑞智 (1968 -), 男, 研究员, 主要从事地震工程研究。E-mail: ruizhi@icm.net.cn

充分说明了海啸虽然产生于数千公里甚至上万公里以外,但是还有能力对该地区造成巨大破坏,主要原因是跟海啸波的传播特征有关^[5]。

就越洋海啸对中国的影响而言,国内学者普遍认为越洋海啸对中国大陆造成破坏的可能性很小^[6-9]。其主要原因是我国海区大多是浅水大陆架地带,平缓宽阔,外围自北而南有:千岛群岛、日本群岛、琉球群岛、台湾岛、菲律宾群岛、印尼诸岛等环绕,形成一道天然屏障,越洋海啸进入这一区域后,海啸传播的摩擦力增强,能量衰减很快,不利于海啸波的传播。如 1960 年智利大海啸,对菲律宾和日本都造成了灾害,但传到我国沿岸,香港记录到波高才 38 cm,长江口记录的波高也仅 20 cm,不致产生破坏。

但也不能毫无预防,我国东部、南部沿海地区是我国经济最发达地区,一旦遭受海啸袭击,后果不堪设想。因此,必须未雨绸缪,做好海啸预警工作,研发一套合理的海啸传播模式和计算方法。本文的工作就是基于这个要求,比较分析 Boussinesq 方程和非线性浅水方程,选定后者作为本文研究海啸传播的数学模型,希望能为以后进一步的海啸危险性分析和海啸预警等研究工作提供前期的技术准备^[10-11]。

1 越洋海啸传播数学模型

海啸数学模型的选取已经成为一个争论了 30 多年的焦点,这是由于采用线性浅水方程和 Boussinesq 方程估计首波的高度时存在差别。对于越洋海啸传播,与运用线性浅水方程计算获得的首波高度相比,Boussinesq 方程的频散项减小了这个高度^[12],虽然在深海中差别可能只有几 cm,但在海啸的爬高计算中却极为重要。Houston J. R. 等人提出线性长波方程控制海啸首波的生成及越洋传播,建议对于非常大的海啸,如 1964 年阿拉斯加海啸,在传播过程中频散项是忽略不计的,除非当海啸处于爬坡阶段时出现怒潮现象^[13-14]。Hammack J. L. 和 H. Segur 也认为,对于大海啸,非线性项和频散项对首波的影响不大^[15]。Kowalik Z 建议用四阶蛙跃差分格式来削减由采用浅水方程进行数值模拟而产生的频散影响^[16]。但是也有人持相反的观点,Heinrich P 等人用有限差分法解 Boussinesq 方程,发现频散的重要性^[17]。Imamura F 和 Liu P. L. 也认同频散项的重要性,在有限差分法中通过选择恰当的栅格大小和时间步长,用解线性浅水方程产生的数值频散来替代 Boussinesq 方程中的物理频散^[18-19]。由于受局部海水深度和海底地形的影响,沿岸的验潮站不能清晰地对海啸频散进行监测,因此适宜的海啸传播数学模型的选取仍会有争议。

1.1 Boussinesq 方程

在球坐标下,考虑非线性项、频散项及科氏力项,Boussinesq 方程可表示为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{h}{R \cos} \left[\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \lambda} (v \cos) \right] &= 0 \\ h \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{gh}{R \cos} \frac{\partial}{\partial \lambda} - f h v &= \frac{h^3}{3R^2 \cos} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{1}{\cos} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos)}{\partial \lambda} \right) \right] \\ h \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{gh}{R} \frac{\partial}{\partial \lambda} - f h u &= \frac{h^3}{3R^2} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{1}{\cos} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos)}{\partial \lambda} \right) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

式中, η 是静水面上的垂直位移, h 是海水深度, g 是重力加速度, λ 、 φ 分别为地球纬度和经度坐标, u 、 v 分别为经度和纬度方向上的海啸波流速, R 为地球半径, f 为科里奥利力参数 ($f = 2 \sin \varphi$, R 是地球自转半径)。

1.2 线性浅水方程

线性浅水方程是低阶的,比较简单、不考虑海啸传播过程中的物理频散和非线性项,仅考虑地球自转引起的科里奥利力,在球坐标下,可表示为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{R \cos} \left[\frac{\partial M}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \lambda} (N \cos) \right] &= 0 \\ \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{gh}{R \cos} \frac{\partial}{\partial \lambda} &= f N \\ \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{gh}{R} \frac{\partial}{\partial \lambda} &= -f M \end{aligned} \quad (2)$$

式中, η 是静水面上的垂直位移, h 是海水深度, g 是重力加速度, λ 、 φ 分别为地球纬度和经度坐标, M 、 N 分别是沿经度和纬度方向上单位宽度的流量 (由于 $\eta \leq h$, 所以 $M = u h$ 、 $N = v h$, u 、 v 为经度和纬度方向上的平均流速), R 为地球半径, f 为科里奥利力参数 ($f = 2 \sin \varphi$, R 是地球自转半径)。

1.3 本文控制方程的选取

由于考虑了非线性项和频散项, Boussinesq 方程是三阶微分形式, 而线性浅水方程由于忽略这两项, 方程微分形式只有一阶。在用有限差分法解方程时, 明显要更容易些。虽说非线性项和频散项的省略使后者方程不能真实地反映海啸传播的实际情况, 但是通过选择适当的时间步长和空间步长, 用差分方程近似微分方程而引入的数值频散来替代后者方程中的物理频散。Imamura 指出^[20], 对于正方形网格采用蛙跃格式, 当 $I_m = x \sqrt{1 - (C t / x)^2} / (2h)$ 约为 1 时 (其中 x 和 t 分别为空间和 时间步长, C 为线性长波波速, h 是水深), 差分方程中的数值频散可以代替微分方程中的物理频散。因此, 本文选取线性浅水方程, 这样即保持了海啸传播过程的物理本质, 又节省了计算机的内存和缩短了计算时间。

2 计算方法及条件

2.1 计算方法

本文选用有限差分法解线性浅水方程, 见公式 (2), 差分格式为蛙跃格式, 采用中心差分, 公式推导参考了由 UGG/DC 开发的 Time 项目^[21], 最终得到 M 和 N 的显式表达式

$$\begin{aligned} N_{j,m}^{n+\frac{1}{2}} &= N_{j,m}^{n-\frac{1}{2}} - R_1 [M_{j+\frac{1}{2},m}^n - M_{j-\frac{1}{2},m}^n + N_{j,m+\frac{1}{2}}^n \cos m + \frac{1}{2} - N_{j,m-\frac{1}{2}}^n \cos m - \frac{1}{2}] \\ M_{j+\frac{1}{2},m}^{n+\frac{1}{2}} &= M_{j+\frac{1}{2},m}^n - R_2 h_{j+\frac{1}{2},m} [N_{j+\frac{1}{2},m}^{n+\frac{1}{2}} - N_{j+\frac{1}{2},m}^{n-\frac{1}{2}}] + R_3 N \\ N_{j,m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= N_{j,m+\frac{1}{2}}^n - R_4 h_{j,m+\frac{1}{2}} [M_{j,m+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - M_{j,m+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}] - R_5 M \end{aligned} \quad (3)$$

$$N = \frac{1}{4} [N_{j+1,m+\frac{1}{2}}^n + N_{j+1,m-\frac{1}{2}}^n + N_{j,m+\frac{1}{2}}^n + N_{j,m-\frac{1}{2}}^n], M = \frac{1}{4} [M_{j+\frac{1}{2},m+1}^n + M_{j+\frac{1}{2},m-1}^n + M_{j-\frac{1}{2},m+1}^n + M_{j-\frac{1}{2},m-1}^n]$$

其中, j, m, n 表示栅格化后的空间位置 (x, y) 和时间 t 。时间 $n - \frac{1}{2}$ 及 $(n - \frac{1}{2})$ 时刻的值是已知的。系数 $R_1 \sim R_5$ 可表示成常数: $R_1 = t / (R \cos m s)$, $R_2 = g t / (R \cos m s)$, $R_3 = 2 t \sin m$, $R_4 = g t / (R s)$, $R_5 = 2 t \sin m + \frac{1}{2}$, $s = \dots$ 。

2.2 条件确定

(1) 初始条件: 由于地震发生错动的过程是一个很短的冲击过程, 可能发生在几秒钟之内, 因此, 可以假设海水表面的向上运动和海底位移是一致的, 忽略断层破裂的复杂性、错位的多向性、破裂层厚度可变性等各种因素。在确定断层参数时考虑两种情况:

1) 历史海啸地震特别是大震级地震的断层参数大多由地震学研究工作作过大量研究并给出, 可以直接引用。

2) 对于没有可以直接引用的或未来预测的海啸地震, 通过经验公式确定断层参数, 采用日本气象厅给出的经验公式, 以地震震级 (M) 计算断层长度 (L)、宽度 (W) 及滑动距离 (u) (图 1):

$$\begin{aligned} \log L &= 0.5M - 1.9 \\ \log W &= 0.5M - 2.2 \\ \log u &= 0.5M - 3.2 \end{aligned} \quad (4)$$

走向角与震中位置附近的海沟或海岸线走向相约, 而倾角和滑动角则根据震源机制来选定。

当断层参数确定后, 在各向同性的弹性半空间中, 可近似计算整个空间内的位移场 $u_i(x_1, x_2, x_3)$ ^[22]:

$$u_i = \int_{\Sigma} \left[\delta_{jk} \frac{\partial u_j^l}{\partial x_l} + \mu \left(\frac{\partial u_j^l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k^l}{\partial x_j} \right) \right] v_k dS \quad (5)$$

式中: u_i 为 j 方向的位错量 (滑移量), δ_{jk} 为克罗内克符号, μ 为拉梅系数, v_k 为面单元 dS 的法向与 k 方向的夹角余弦, $u_j^l(x_1, x_2, x_3)$ 为作用在点 (x_1, x_2, x_3) 的 $j(k, l)$ 方向的力在 (x_1, x_2, x_3) 处产生的 i 方向的位移分量, (x_k, x_l) 为力作用点 (x_1, x_2, x_3) 的坐标分量。

(2) 边界条件: 取陆边界为刚壁边界, 即法向速度为 0; 开边界为辐射边界条件, 使边界反射效应近乎 0。

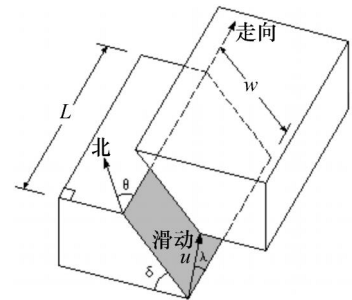


图 1 断层参数示意图

Fig 1 Schematic drawing of fault parameters

3 2004年苏门答腊海啸数值模拟

为了方便计算结果的分析比较,本文未采用经验公式计算断层参数,而是直接采用 NOAA 建议的由 Stein 和 Okal 给出的断层参数^[23],见表 1。有了断层参数以后,按照上述方法计算海啸初始位移场,计算结果见图 2。再将初始条件代入海啸传播模式,确立边界条件;选取空间步长为 2,时间步长为 5s,满足 CFL 条件;计算区域为: S30 °~N30 °, E30 °~ E110 °;栅格数量为 2401 ×1801。计算持时约 2 个半小时 (CPU: P4 3. 2GHz, 512M 内存),计算结果见图 3 ~图 5。

表 1 2004年苏门答腊海啸的震源断层参数
Table1 Fault parameters of 2004 Sumatra tsunami

参 数	符号	断层 1	断层 2	断层 3
断层长度	L	200 km	670 km	300 km
断层宽度	W	150 km	150 km	150 km
滑移量	u	15 m	15 m	15 m
倾角	θ	13 °	13 °	13 °
滑移角		90 °	90 °	90 °
断层走向		N300 E	N345 E	N365 E
断层顶部深度	d	5 km	5 km	5 km

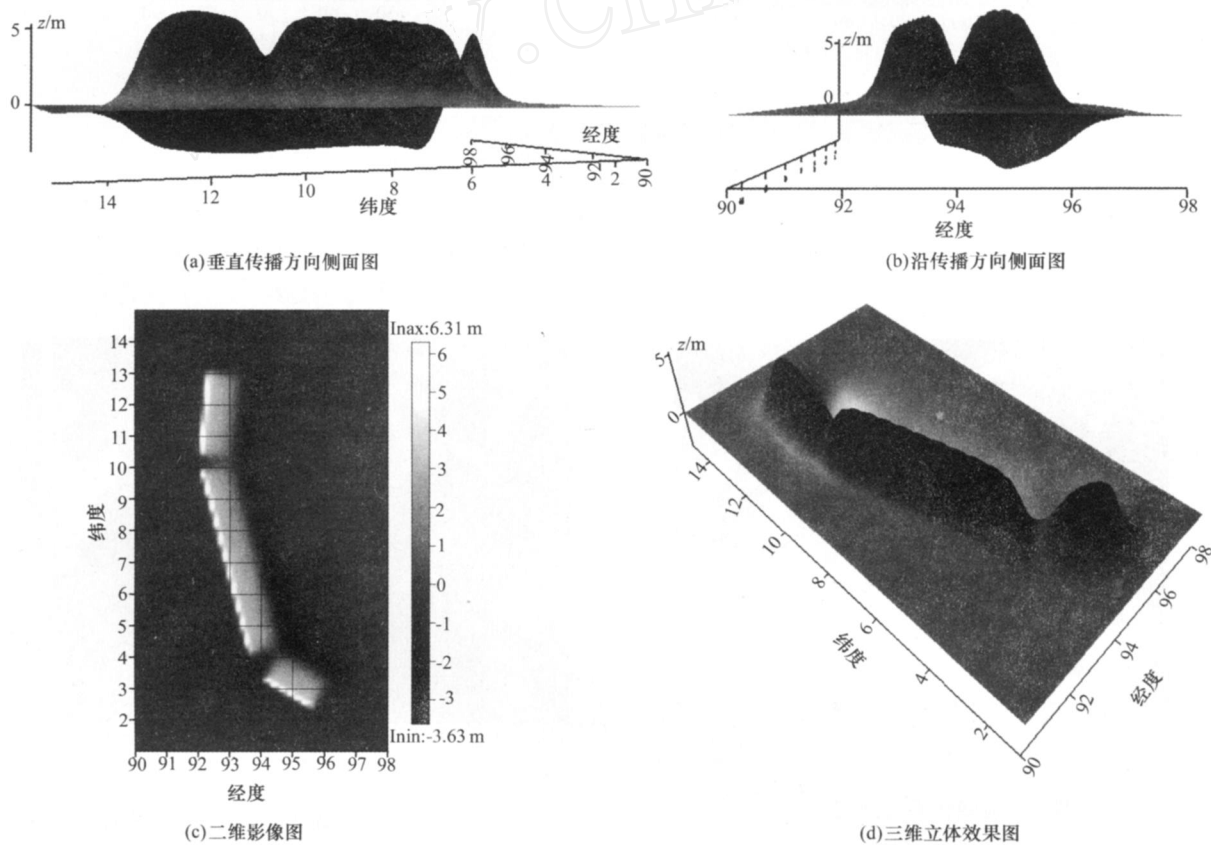


图 2 海啸初始条件模拟计算结果

Fig 2 Tsunami initial conditions

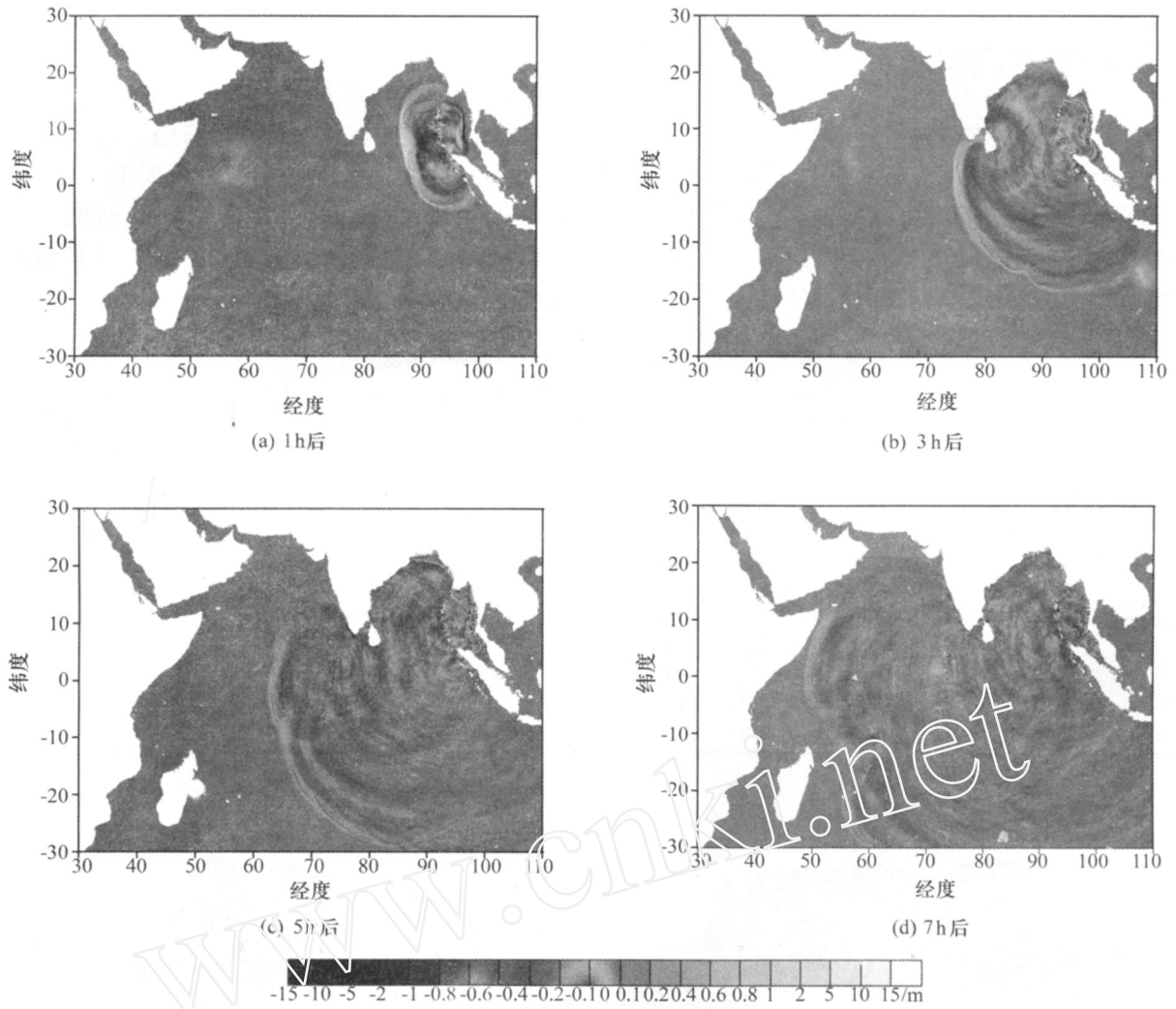


图 3 静水面垂直位移分布图

Fig. 3 Distribution of vertical displacement of water surface above still water level

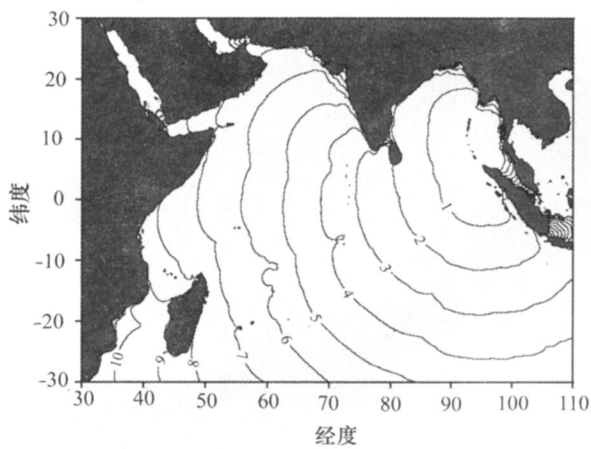


图 4 海啸传播时间图

Fig. 4 Tsunami traveling time map

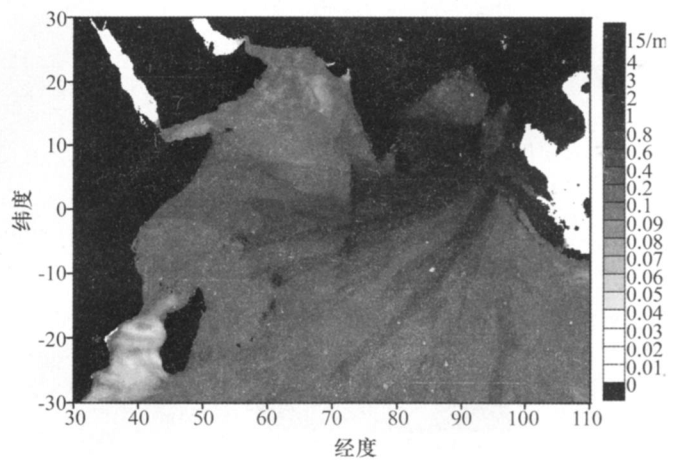


图 5 海啸静水面垂直位移最大值分布图

Fig. 5 Distribution of maximum η

选取美国国家地球物理数据中心 (NGDC) 提供的海啸传播时间图, 与本文的计算结果作比较, 图 6 中, 虚线表示本文计算得到的海啸传播时间图的等时线, 实线表示 NGDC 的计算结果, 两者比较不难看出, 虚线和实线在上部吻合非常好, 而在下部显示有差别, 本文的计算结果要快一些, 大约是 20 min, 但这个差别没有

出现累积效果,从第一个小时起大约始终保持一个值,由此可以判断产生这种差异是由起始计算区域的不同造成的,本文选取的初始计算区域在下部要大于 NGDC 选取的计算区域。

另外,本文还选取 NOAA 模拟 2004 年苏门答腊海啸得到的静水面垂直位移最大值分布图(图 7),与本文的计算结果作比较,并且选用同样的地震断层参数。比较图 5 和图 7,对图形形状作比较,比较结果非常相近。

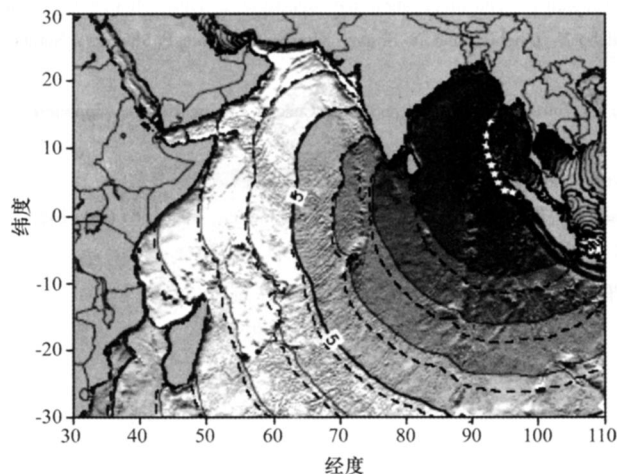


图 6 海啸传播时间图比较分析

Fig. 6 Comparison of tsunami traveling time maps

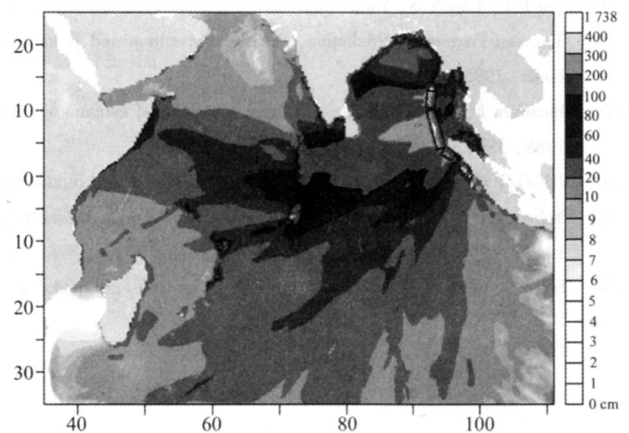


图 7 NOAA 模拟苏门答腊海啸得到的静水面垂直位移最大值分布图

Fig. 7 Maximum η of Sumatra tsunami provided by NOAA

4 结语

开展海啸预警和危险性分析工作必须有合理的海啸传播数值模式,本文对越洋海啸传播的数值模拟进行了研究,选用线性浅水方程作为本文模拟海啸传播的数学模型,采用有限差分法求解微分方程,以 2004 年苏门答腊海啸作为算例进行数值模拟,把计算结果与 NOAA 和 NGDC 的计算结果进行对比分析,可以认为本文的计算结果比较可靠,计算方法也比较准确,可以为进一步的海啸危险性分析和海啸预警等研究工作提供前期的技术准备。

参考文献:

- [1] 陈虹,李成日. 印尼 8.7 级地震海啸灾害及应急救援 [J]. 国际地震动态, 2005, 316(4): 22 - 26.
- [2] Kenji Satake, Than Tin Aung, et al Report on post tsunami survey along the Myanmar Coast for the December 2004 Sumatra-Andaman earthquake [R]. 活断层·古地震研究报告, 2005(5): 161 - 188.
- [3] Atwater B F, Cisternas Marco V, Bourgeois Joanne, et al Surviving a tsunami-lessons from Chile, Hawaii, and Japan [R]. U. S Geological Survey Circular 1187, 1999.
- [4] Kazuaki Takaoka, Kazuhiko Ban, Shigeru Yamaki Possibility for transoceanic tsunami forecast by numerical simulation-Example of 1960 Chilean tsunami by numerical simulation [C] IIS 2001 PROCEED NGS, Session 7, Number 7 - 17, 849 - 859.
- [5] 魏柏林,陈玉桃. 地震与海啸 [J]. 华南地震, 2005, 25(1): 43 - 49.
- [6] 包澄澜. 海啸灾害及其预警系统 [J]. 国际地震动态, 2005, 313(1): 14 - 18.
- [7] 包澄澜,叶琳. 海啸灾害与预警 [J]. 海洋预报, 2005, 22(1): 1 - 4.
- [8] 王晓青,吕金霞,丁香. 我国地震海啸危险性初步探讨 [J]. 华南地震, 2006, 26(1): 76 - 80.
- [9] 郭增建,陈鑫连. 地震对策 [M]. 北京:地震出版社, 1986.
- [10] 温瑞智,公茂盛,谢礼立. 海啸预警系统及我国海啸减灾任务 [J]. 自然灾害学报, 2006, 15(3): 1 - 7.
- [11] 温瑞智,周正华,谢礼立. 基于强震台网的我国沿海海啸走时预警 [J]. 地震工程与工程振动, 2006, 26(2): 20 - 24.
- [12] Modesto Ortiz, EG áñez-Reyes, et al A fast preliminary estimation model for transoceanic tsunami propagation [C] IIS 2001 PROCEED NGS, Session 7, Number 7 - 3, 723 - 739.
- [13] Houston J R. Interaction of tsunami with the Hawaiian Islands calculated by a finite-element numerical model [J]. J. Phys Oceanogr, 1978, 8(1): 93 - 102.
- [14] Houston J R, Butler H L. Numerical simulations of the 1964 Alaskan Tsunami [C] Nineteenth Coastal Engineering Conference, ASCE Proc of the International Conference, 1984: 815 - 830.

- [15] Hammack J L, Segur H. Modelling criteria for long water waves[J]. J. Fluid Mech , 84, part 2, 359 - 373.
- [16] Kowalik Z. Solution of the linear shallow water equations by the fourth order leapfrog scheme[J]. J. Geophys Res , 1993, 98 (C6): 10,205 - 10, 209.
- [17] Heinrich P, Schindele F, Guiborg S. Modeling of the February 1996 Peruvian tsunami[J]. Geophys Res Lett 1998, 25 (14): 2687 - 2690.
- [18] Imamura F N Shuto, Goto C. Study on numerical simulation of the transoceanic propagation of tsunami—Part 2, Characteristics of tsunami propagating over the Pacific Ocean[J]. Zi sin (J. Seismol Soc. Japan) , 1990, 43: 389 - 402.
- [19] Liu P L, Cho Y S, Yoon S B, et al. Numerical simulations of the 1960 Chilean tsunami propagation and inundation at Hilo, Hawaii[C]. In Tsunami Progress in Prediction, Disaster Prevention and Warning, edited by Y. Tsuchiya and N. Shuto, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1995: 99 - 115.
- [20] Imamura F, Goto C. Truncation error in numerical tsunami simulation by the finite difference method[J]. Coastal Engineering in (Japanese) , 1988, JSEE31: 245 - 263.
- [21] UGG/DC Time Project: Numerical Method of Tsunami Simulation with the Leap-Frog Scheme[R]. 1997: 122.
- [22] Mansinha L, Smylie D. The displacement field of inclined faults[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1971, 61 (5): 1433 - 1440.
- [23] Stein S, Okla E A. Speed and size of the Sumatra earthquake[J]. Nature, 2005, 31 (434): 581-582.

www.cnki.net